● 共通学力試験（数学）

出題範囲： 一般入試前期A日程／一般入試中期　の各入試種別共通
●数学Ⅰ・数学A

2016年度 試験問題

時　　間： 60分

問題1

(1) 次の式を因数分解しなさい。

① $2x^2+6y^2+8xy-x-7y-3$
$= (x+\boxed{\text{ア}}y+\boxed{\text{イ}})(\boxed{\text{ウ}}x+\boxed{\text{エ}}y-\boxed{\text{オ}})$

② $(x+2)(x+3)(x+4)(x+6)-30x^2$
$= (x+\boxed{\text{カ}})(x+\boxed{\text{キク}})(x^2+\boxed{\text{ケ}}x+\boxed{\text{コサ}})$

(2) $0.\dot{1}8\dot{9}$を分数で表すと，$\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$である。

(3) 不等式 $|2x-5|<3$ の解は，$\boxed{\text{ソ}}<x<\boxed{\text{タ}}$である。

また，連立不等式$\begin{cases}|2x-5|<3\\ \dfrac{x}{2}+2>\dfrac{2x+5}{3}\end{cases}$の解は，$\boxed{\text{チ}}<x<\boxed{\text{ツ}}$である。

(4) 実数 x に関する条件 p，q を次のように定める。

$p：x^2+7x+12<0$

$q：-2 \leqq x \leqq 4$

このとき，次の$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$にあてはまるものを，下の1.～8.の中から選べ。

q の否定 $\overline{q}$ は$\boxed{\text{テ}}$であり，命題「$p \Rightarrow \overline{q}$」は$\boxed{\text{ト}}$である。

1. $-4 \leqq x \leqq 2$
2. $-2<x<4$
3. $x \leqq -2$ かつ $x \geqq 4$
4. $x<-2$ かつ $x>4$
5. $x \leqq -2$ または $x \geqq 4$
6. $x<-2$ または $x>4$
7. 真
8. 偽

問題2

(1) x の2次関数

$y=-x^2-4ax-6a^2-3a-1$ ……(A)（ただし，a は実数の定数）

がある。

2次関数(A)が，$x=4$ で最大となるとき，$a=\boxed{\text{アイ}}$であり，そのときの最大値は$\boxed{\text{ウエ}}$である。

また，このとき，(A)のグラフを x 軸方向に-2，y 軸方向に3だけ平行移動したグラフの方程式は，$y=\boxed{\text{オ}}x^2+\boxed{\text{カ}}x-\boxed{\text{キ}}$である。

(2) x の2次方程式

$-x^2+2mx+m-1=0$ ……(B)（ただし，m は実数の定数）

がある。

① 方程式(B)が正の解と負の解を1つずつもつような m の値の範囲は，

$m>\boxed{\text{ク}}$

である。

② 方程式(B)の異なる2つの解が，ともに0より大きく，3より小さいような m の値の範囲は，

$\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}+\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}<m<\boxed{\text{ス}}$

である。

問題3

(1) AB $=2$，AC $=3$，$\angle$CAB $=60^\circ$である△ABCがある。△ABCの内心をIとし，AIと辺BCの交点をDとする。

① BC $=\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$，BD $=\dfrac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$である。

② AD $=\dfrac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$である。

(2) ① 1224を素因数分解すると，$1224=\boxed{\text{ク}}^3\cdot\boxed{\text{ケ}}^2\cdot\boxed{\text{コサ}}$である。

② 1224の正の約数は$\boxed{\text{シス}}$個あり，このうち偶数は$\boxed{\text{セソ}}$個ある。

③ 1224と1173の最大公約数は$\boxed{\text{タチ}}$であり，最小公倍数は$\boxed{\text{ツテトナニ}}$である。

問題4

(1) さいころを2回続けて投げる。1回目に出た目を a，2回目に出た目を b とする。

$X=|a-b|$ のとき，X の最小値は$\boxed{\text{ア}}$，最大値は$\boxed{\text{イ}}$である。

$X=3$ である確率は$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$であり，$X=5$ である確率は$\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$である。

(2) さいころを3回続けて投げる。1回目に出た目を a，2回目に出た目を b，3回目に出た目を c とする。

① $|a-b|=c$ である確率は$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$である。

② $|a-b|>c$ である確率は$\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$である。

③ $a+b=2c$ である確率は$\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$である。

共通学力試験（数学）

解答・配点

設問			正解	配点	解説
問題1 25点	(1)	ア	③	3	$2x^2+6y^2+8xy-x-7y-3$ $=2x^2+(8y-1)x+6y^2-7y-3$ $=2x^2+(8y-1)x+(3y+1)(2y-3)$ $=\{x+(3y+1)\}\{2x+(2y-3)\}$ $=(x+3y+1)(2x+2y-3)$
		イ	①		
		ウ	②		
		エ	②		
		オ	③		
		カ	①	3	$(x+2)(x+3)(x+4)(x+6)-30x^2$ $=(x^2+8x+12)(x^2+7x+12)-30x^2$ $=\{(x^2+12)+8x\}\{(x^2+12)+7x\}-30x^2$ $=(x^2+12)^2+15x(x^2+12)+56x^2-30x^2$ $=(x^2+12)^2+15x(x^2+12)+26x^2$ $=\{(x^2+12)+13x\}\{(x^2+12)+2x\}$ $=(x^2+13x+12)(x^2+2x+12)$ $=(x+1)(x+12)(x^2+2x+12)$
		キ	①		
		ク	②		
		ケ	②		
		コ	①		
		サ	②		
	(2)	シ	⑦	4	$x=0.\dot{1}8\dot{9}$ とおく。 $1000x=189.1891\cdots\cdots$ $-)\quad x=0.1891\cdots\cdots$ $999x=189$ よって、$x=\frac{189}{999}=\frac{7}{37}$
		ス	③		
		セ	⑦		
	(3)	ソ	①	3	$\lvert 2x-5\rvert<3$ より、 $-3<2x-5<3$ $2<2x<8$ $1<x<4$ ……(A)
		タ	④		
		チ	①	4	$\frac{x}{2}+2>\frac{2x+5}{3}$ の両辺に6を掛けて、 $3x+12>4x+10$ $-x>-2$ $x<2$ ……(B) (A)、(B) より、 $1<x<2$
		ツ	②		
	(4)	テ	⑥	4	$-2x\leqq x\leqq 4$ は、$-2x\leqq x$ かつ $x\leqq 4$ なので、 q の否定は $x<-2$ または $x>4$ p は $x^2+7x+12<0$ $(x+3)(x+4)<0$ $-4<x<-3$ これより、「$p\Rightarrow\overline{q}$」は、 「$-4<x<-3\Rightarrow x<-2$ または $x>4$」 であるから、真である。
		ト	⑦	4	

設問			正解	配点	解説
問題2 25点	(1)	ア	−	4	$y=-x^2-4ax-6a^2-3a+1$ $=-(x^2+4ax)-6a^2-3a+1$ $=-(x+2a)^2-2a^2-3a+1$ より、(A)は $x=-2a$ で 最大値 $-2a^2-3a+1$ をとる。 よって、$-2a=4$ より、$a=-2$ 最大値は、$-2\cdot(-2)^2-3\cdot(-2)+1=-1$ このとき、(A)のグラフの頂点が、点$(4,-1)$だから、 (A)のグラフを x軸方向に-2、 y軸方向に 3 だけ平行移動したグラフの頂点は、 点$(2, 2)$ したがって、求めるグラフの方程式は、 $y=(x-2)^2+2=-x^2+4x-2$
		イ	②		
		ウ	−	4	
		エ	①		
		オ	−	5	
		カ	④		
		キ	②		
	(2)	ク	①	6	$f(x)=-x^2+2mx+m-1$ とおく。 方程式 $f(x)=0$ が正の解と負の解を1つずつもつための条件は、$y=f(x)$ のグラフがx軸の正の部分と負の部分でそれぞれ交わることである。 よって、$f(0)=m-1>0$ $m>1$
		ケ	−	6	求める条件は、$y=f(x)$ のグラフがx軸の$0<x<3$の部分と異なる2点で交わることであるから、次の(i)〜(iv)が同時に成り立つような m の値の範囲を求めればよい。 (i) $f(x)=0$ の判別式 Dについて $D>0$ $\frac{D}{4}=m^2-(-1)\cdot(m-1)=m^2+m-1>0$ $m<\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$, $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}<m$ (ii) $y=f(x)$ のグラフの軸が $0<x<3$ にある $y=f(x)$ のグラフの軸は、直線 $x=m$ だから $0<m<3$ (iii) $f(0)<0$ $f(0)=m-1<0$ より、$m<1$ (iv) $f(3)<0$ $f(3)=7m-10<0$ より、$m<\frac{10}{7}$ (i)〜(iv)より、求める m の値の範囲は、 $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}<m<1$
		コ	①		
		サ	⑤		
		シ	②		
		ス	①		

解答・配点

設問		正解	配点	解説
問題3 25点 (1)	ア	⑦	3	△ABCについて余弦定理より、 $BC^2 = 2^2 + 3^3 - 2 \cdot 2 \cdot 3\cos 60^\circ = 7$ $BC > 0$ より、$BC = \sqrt{7}$ Iは△ABCの内心だから、ADは∠CABの二等分線である。よって、BD：DC ＝ 2：3 だから、 $BD = \frac{2}{5}BC = \frac{2\sqrt{7}}{5}$
	イ	②	3	
	ウ	⑦		
	エ	⑤		
	オ	⑥	4	$AD = x$ とする。三角形の面積について、 △ABC ＝ △ABD ＋ △ADC $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot x \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ$ $3\sqrt{3} = x + \frac{3}{2}x$ $x = \frac{6\sqrt{3}}{5}$
	カ	③		
	キ	⑤		
(2)	ク	②	3	$1224 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17$
	ケ	③		
	コ	①		
	サ	⑦		
	シ	②	3	1224 の正の約数の個数は、 $(3+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 24$(個) 偶数になるのは、 $3 \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 18$(個)
	ス	④		
	セ	①	3	
	ソ	⑧		
	タ	⑤	3	$1224 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17$ $1173 = 3 \cdot 17 \cdot 23$ よって、 最大公約数は、$3 \cdot 17 = 51$ 最小公倍数は、$2^3 \cdot 3^2 \cdot 17 \cdot 23 = 28152$
	チ	①		
	ツ	②	3	
	テ	⑧		
	ト	①		
	ナ	⑤		
	ニ	②		

設問		正解	配点	解説
問題4 25点 (1)	ア	⓪	3	起こりうるすべての場合の数は、6^2通り。 このどの場合も同様に確からしい。 Xが最小になるのは、aとbが一致するときで、 Xの最小値は 0　Xが最大になるのは、 $(a,b) = (1,6), (6,1)$のときで、Xの最大値は5 $X = 3$ となるのは、 右の表より、6通りだから、 $X = 3$ である確率は $\frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$ $X = 5$ となるのは、 右の表より、2通りだから、 $X = 5$ である確率は $\frac{2}{6^2} = \frac{1}{18}$
	イ	⑤		
	ウ	①	4	
	エ	⑥		
	オ	①	4	
	カ	①		
	キ	⑧		
(2)	ク	⑤	4	起こりうるすべての場合の数は、6^3 通り。 このどの場合も同様に確からしい。 $1 \leqq \lvert a-b \rvert \leqq 5$ のとき、a,b が決まれば $\lvert a-b \rvert = c$ は1つに定まる。 $1 \leqq \lvert a-b \rvert \leqq 5$ を満たす a,b が右上の表より、30通りだから、求める確率は $\frac{30}{6^3} = \frac{5}{36}$
	ケ	③		
	コ	⑥		
	サ	⑤	5	(i) $\lvert a-b \rvert = 2$ のとき、c は $c=1$ の1通りだから $\lvert a-b \rvert > c$ を満たす a,b,c は8(通り) (ii) $\lvert a-b \rvert = 3$ のとき、c は $c=1,2$ の2通りだから $\lvert a-b \rvert > c$ を満たす a,b,c は $6 \times 2 = 12$(通り) (iii) $\lvert a-b \rvert = 4$ のとき、c は $c=1,2,3$ の3通りだから $\lvert a-b \rvert > c$ を満たす a,b,c は $4 \times 3 = 12$(通り) (iv) $\lvert a-b \rvert = 5$のとき、cは$c=1,2,3,4$ の4通りだから $\lvert a-b \rvert > c$ を満たす a,b,c は $2 \times 4 = 8$(通り) (i)～(iv)より、$\lvert a-b \rvert > c$ となる場合は、 $8+12+12+8 = 40$(通り) よって、求める確率は、$\frac{40}{6^3} = \frac{5}{27}$
	シ	②		
	ス	⑦		
	セ	①	5	$a+b$ が偶数であれば、a,b が決まれば c は1つに定まる。　$a+b$ が偶数になるのは、aとb の偶奇が一致するときだから、a の1つの値について、b は3通りあるから、$a+b$ が偶数になる場合は、 $6 \times 3 = 18$(通り) ある。よって、求める確率は、$\frac{18}{6^3} = \frac{1}{12}$
	ソ	①		
	タ	②		

$\lvert a-b \rvert$ の値

a＼b	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

出題内容

数学の範囲は「数学I」「数学A」です。各問題は、高校での履修内容の範囲に入るように出題しています。またセンター試験の内容と形式を参考にしています。
「問題1」は、いずれも「数と式」での学習を問うものです。因数分解、循環小数を分数で表す計算、1次不等式、命題と条件から出題しました。「問題2」は、いずれも「2次関数」に関するものです。2次関数の値の変化や平行移動、2次方程式の解に関する問題です。2次関数の性質をよく理解しておけば解くことができます。「問題3」は、図形の性質、整数の性質に関するものです。三角形の内心、素因数分解、約数と倍数に関する問題です。「問題4」は場合の数と確率の問題です。考え方の基本を理解し、丁寧に組み合わせの種類を考えていくことが大切です。

学習のポイント

高校での履修内容の範囲内で出題しますので、高校での「数学I」「数学A」の学習を振り返る必要があります。教科書の内容をしっかり理解し、教科書の演習問題を解くことによって、基本的な力を身につけます。まずはこの基礎的な学習に十分な時間を使うことが大切です。その上で、センター試験の「数学I・数学A」に対応した問題集を基本知識の確認とともに解いていくのが最も効果的な学習となります。

講評

各問題は概ね基礎的な小問から応用力を必要とする小問へと進む構成になっています。応用力を必要とする小問に時間をかけすぎて、時間切れになる場合がありました。まずは各問題の基礎的な小問を先に解き、残った時間で応用力を必要とする小問を解くことが高得点をとるための近道になるでしょう。